UJIAN AKHIR SEMESTER GANJIL T.A 2009/2010
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS GADJAH MADA

Mata Kuliah	: Mekanika Klasik.
Kelas	: A dan B FISIKA
Hari / tanggal	: Selasa, 12 Januari 2010
Dosen	: Dr. rer. nat M. F. Rosyid. (kelas A)
	Romy Hanang Setya Budhi, M.Sc. (kelas B)
Waktu	: 120 menit
Sifat Ujian	: Mandiri, boleh membuka buku.

(4)

1. Partikel bermassa m dan bermuatan e yang bergerak dalam medan magnet B seragam ke arah sumbu-z memiliki Hamiltonan berbentuk

$$H = \frac{1}{2m}\left(p_x + \frac{eB}{2c}y\right)^2 + \frac{1}{2m}\left(p_y - \frac{eB}{2c}x\right)^2 + \frac{1}{2m}p_z^2, \qquad (1)$$

dengan c menyatakan laju cahaya di ruang hampa, sedangkan $p_x, p_y,$ dan p_z masing-masing menyatakan momentum umum yang secara berturut-turut merupakan pasangan koordinat x, y, dan z. Tentukan:

   a. Lagrangan yang bersesuaian dengan Hamiltonan ini.
   b. persamaan gerak partikel.

2. Dengan menggunakan Hamiltonan H, turunan suatu besaran fisis F terhadap waktu dapat ditentukan melalui persamaan

$$\frac{dF}{dt} = [F, H] + \frac{\partial F}{\partial t}, \qquad (2)$$

dengan

$$[A, B] = \sum_{\alpha=1}^{3N-k}\left[\frac{\partial A}{\partial q^\alpha}\frac{\partial B}{\partial p_\alpha} - \frac{\partial A}{\partial q^\alpha}\frac{\partial B}{\partial p_\alpha}\right],$$

untuk sembarang besaran fisis A dan B. Dalam persamaan di atas, lambang p_α menyatakan momentum umum yang merupakan pasangan kanonis bagi koordinat umum q^α dan $3N-k$ menyatakan derajat kebebasan sistem yang di tinjau. Tanda kurung $[\cdot,\cdot]$ yang digunakan untuk "mengalikan" besaran A dan B disebut **kurung Poisson**.

   a. Buktikan persamaan (2) di atas dengan menerapkan persamaan gerak Hamilton.
   b. Tunjukkan bahwa persamaan-persamaan berikut berlaku :

$$[q^\alpha, q^\beta] = [p_\alpha, p_\beta] = 0 \qquad \text{dan} \qquad [q^\alpha, p_\beta] = \delta^\alpha{}_\beta,$$

dengan $\delta^\alpha{}_\beta$ adalah delta Kronecker yang nilainya nol untuk $\alpha \neq \beta$ dan nilanya 1 untuk $\alpha = \beta$.

c. Dengan menggunakan definisi di atas beserta sifat-sifatnya, tentukan di antara besaran-besaran fisis berikut: $m\dot{x}$, $m\dot{y}$, dan $m\dot{z}$ yang merupakan tetapan gerak (turunan waktunya nol) menurut Hamiltonan pada soal nomor 1 di atas.

3. Ditinjau sebuah zarah (partikel) yang mengalami gerak getaran selaras satu dimensi dengan Hamiltonan

$$H = \tfrac{1}{2}\mu p^2 + \tfrac{1}{2}kx^2, \tag{3}$$

dengan μ dan k tetapan positif, sedangkan p dan x adalah momentum dan koordinat (posisi) zarah itu.

a. Tentukan frekuensi sudut getaran selaras itu.
b. Tentukan gaya yang bekerja pada zarah itu.
c. Tunjukkan bahwa "lintasan" zarah itu dalam ruang momentum (yaitu bidang dengan koordinat (x, p)), merupakan sebuah elips. Tentukan sumbu panjang ataupun sumbu pendek elips itu.
d. Andaikan bahwa zarah itu diketahui memiliki momentum p_1 pada saat berada di x_1. Tentukan posisi zarah itu pada saat ia memiliki momentum p_2.

"Orang-orang yang berhenti belajar akan menjadi pemilik masa lalu. Orang-orang yang masih terus belajar, akan menjadi pemilik masa depan."
(Mario Teguh)

"Jikalau belajar dan kuliah, atau apapun yang anda lakukan hanya atas dorongan keinginan untuk memperoleh pendapatan, maka anda telah mengubur mimpi untuk membangun peradaban dan kemajuan."(N.N.)